

Sobre la demostración de un modelo matemático representativo del registro contador de 3 bits

Savinelli Roberto Nicolás
rsavinelli@frba.utn.edu.ar

4 de Julio de 2020

Introducción

El presente documento tiene su génesis en ser una comprobación del modelo matemático presentado en la tabla 1, para todos, y cada uno de los casos posibles que el registros contador de 3 bits, graficado en la figura 1, pueda tomar con $CLK = DIN = 1$ según la siguiente nomenclatura: se denominaron Q_0 , Q_1 , y Q_2 los valores de salida nuevos de los registros, y $Q_0 anterior$, $Q_1 anterior$, y $Q_2 anterior$ los valores previamente almacenados en los mismos.

Registro	Operación lógica para la obtención de su valor
Q_0	$(\sim Q_0 anterior)$
Q_1	$[(\sim Q_0) \vee (Q_1 anterior)] \wedge [(Q_0) \vee (\sim Q_1 anterior)]$
Q_2	$[(\sim Q_0) \vee (Q_2 anterior)] \wedge [(\sim Q_1) \vee (Q_2 anterior)] \wedge [(Q_0) \vee (Q_1) \vee (\sim Q_2 anterior)]$

Cuadro 1: Operaciones lógicas para obtener Q_0 , Q_1 y Q_2

La información sobre cómo se dedujo el modelo puede encontrarse en el documento que acompaña a este mismo titulado "Sobre la derivación de un modelo matemático representativo del registro contador de 3bits". Sin más preámbulo, se procede a las resoluciones.

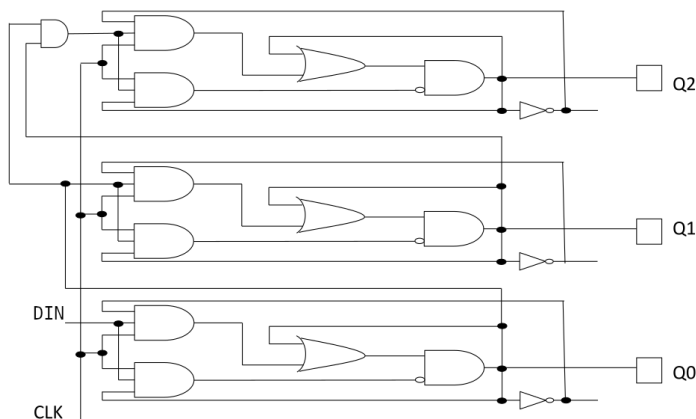


Figura 1: Registro contador de 3 bits

Caso 000

$$Q_0 \text{ anterior} = 0 \quad Q_1 \text{ anterior} = 0 \quad Q_2 \text{ anterior} = 0$$

Q_0	$(\sim Q_0 \text{ anterior})$
Q_0	(~ 0)
Q_0	(1)

Q_1	$[(\sim Q_0) \vee (Q_1 \text{ anterior})] \wedge [(Q_0) \vee (\sim Q_1 \text{ anterior})]$
Q_1	$[(\sim 1) \vee (0)] \wedge [(1) \vee (\sim 0)]$
Q_1	$[(0) \vee (0)] \wedge [(1) \vee (1)]$
Q_1	$(0) \wedge (1)$
Q_1	(0)

Q_2	$[(\sim Q_0) \vee (Q_2 \text{ anterior})] \wedge [(\sim Q_1) \vee (Q_2 \text{ anterior})] \wedge [(Q_0) \vee (Q_1) \vee (\sim Q_2 \text{ anterior})]$
Q_2	$[(\sim 1) \vee (0)] \wedge [(\sim 0) \vee (0)] \wedge [(1) \vee (0) \vee (\sim 0)]$
Q_2	$[(0) \vee (0)] \wedge [(1) \vee (0)] \wedge [(1) \vee (0) \vee (1)]$
Q_2	$(0) \wedge (1) \wedge (1)$
Q_2	(0)

$$Q_0 = 1 \quad Q_1 = 0 \quad Q_2 = 0$$

Caso 001

$$Q_0 \text{ anterior} = 1 \quad Q_1 \text{ anterior} = 0 \quad Q_2 \text{ anterior} = 0$$

Q_0	$(\sim Q_0 \text{ anterior})$
Q_0	(~ 1)
Q_0	(0)

Q_1	$[(\sim Q_0) \vee (Q_1 \text{ anterior})] \wedge [(Q_0) \vee (\sim Q_1 \text{ anterior})]$
Q_1	$[(\sim 0) \vee (0)] \wedge [(0) \vee (\sim 0)]$
Q_1	$[(1) \vee (0)] \wedge [(0) \vee (1)]$
Q_1	$(1) \wedge (1)$
Q_1	(1)

Q_2	$[(\sim Q_0) \vee (Q_2 \text{ anterior})] \wedge [(\sim Q_1) \vee (Q_2 \text{ anterior})] \wedge [(Q_0) \vee (Q_1) \vee (\sim Q_2 \text{ anterior})]$
Q_2	$[(\sim 0) \vee (0)] \wedge [(\sim 1) \vee (0)] \wedge [(0) \vee (1) \vee (\sim 0)]$
Q_2	$[(1) \vee (0)] \wedge [(0) \vee (0)] \wedge [(0) \vee (1) \vee (1)]$
Q_2	$(1) \wedge (0) \wedge (1)$
Q_2	(0)

$$Q_0 = 0 \quad Q_1 = 1 \quad Q_2 = 0$$

Caso 010

$$Q_0 \text{ anterior} = 0 \quad Q_1 \text{ anterior} = 1 \quad Q_2 \text{ anterior} = 0$$

Q_0	$(\sim Q_0 \text{ anterior})$
Q_0	(~ 0)
Q_0	(1)

Q_1	$[(\sim Q_0) \vee (Q_1 \text{ anterior})] \wedge [(Q_0) \vee (\sim Q_1 \text{ anterior})]$
Q_1	$[(\sim 1) \vee (1)] \wedge [(1) \vee (\sim 1)]$
Q_1	$[(0) \vee (1)] \wedge [(1) \vee (0)]$
Q_1	$(1) \wedge (1)$
Q_1	(1)

Q_2	$[(\sim Q_0) \vee (Q_2 \text{ anterior})] \wedge [(\sim Q_1) \vee (Q_2 \text{ anterior})] \wedge [(Q_0) \vee (Q_1) \vee (\sim Q_2 \text{ anterior})]$
Q_2	$[(\sim 1) \vee (0)] \wedge [(\sim 1) \vee (0)] \wedge [(1) \vee (1) \vee (\sim 0)]$
Q_2	$[(0) \vee (0)] \wedge [(0) \vee (0)] \wedge [(1) \vee (1) \vee (1)]$
Q_2	$(0) \wedge (0) \wedge (1)$
Q_2	(0)

$$Q_0 = 1 \quad Q_1 = 1 \quad Q_2 = 0$$

Caso 011

$$Q_0 \text{ anterior} = 1 \quad Q_1 \text{ anterior} = 1 \quad Q_2 \text{ anterior} = 0$$

Q_0	$(\sim Q_0 \text{ anterior})$
Q_0	(~ 1)
Q_0	(0)

Q_1	$[(\sim Q_0) \vee (Q_1 \text{ anterior})] \wedge [(Q_0) \vee (\sim Q_1 \text{ anterior})]$
Q_1	$[(\sim 0) \vee (1)] \wedge [(0) \vee (\sim 1)]$
Q_1	$[(1) \vee (1)] \wedge [(0) \vee (0)]$
Q_1	$(1) \wedge (0)$
Q_1	(0)

Q_2	$[(\sim Q_0) \vee (Q_2 \text{ anterior})] \wedge [(\sim Q_1) \vee (Q_2 \text{ anterior})] \wedge [(Q_0) \vee (Q_1) \vee (\sim Q_2 \text{ anterior})]$
Q_2	$[(\sim 0) \vee (0)] \wedge [(\sim 0) \vee (0)] \wedge [(0) \vee (0) \vee (\sim 0)]$
Q_2	$[(1) \vee (0)] \wedge [(1) \vee (0)] \wedge [(0) \vee (0) \vee (1)]$
Q_2	$(1) \wedge (1) \wedge (1)$
Q_2	(1)

$$Q_0 = 0 \quad Q_1 = 0 \quad Q_2 = 1$$

Caso 100

$$Q_0 \text{ anterior} = 0 \quad Q_1 \text{ anterior} = 0 \quad Q_2 \text{ anterior} = 1$$

Q_0	$(\sim Q_0 \text{ anterior})$
Q_0	(~ 0)
Q_0	(1)

Q_1	$[(\sim Q_0) \vee (Q_1 \text{ anterior})] \wedge [(Q_0) \vee (\sim Q_1 \text{ anterior})]$
Q_1	$[(\sim 1) \vee (0)] \wedge [(1) \vee (\sim 0)]$
Q_1	$[(0) \vee (0)] \wedge [(1) \vee (1)]$
Q_1	$(0) \wedge (1)$
Q_1	(0)

Q_2	$[(\sim Q_0) \vee (Q_2 \text{ anterior})] \wedge [(\sim Q_1) \vee (Q_2 \text{ anterior})] \wedge [(Q_0) \vee (Q_1) \vee (\sim Q_2 \text{ anterior})]$
Q_2	$[(\sim 1) \vee (1)] \wedge [(\sim 0) \vee (1)] \wedge [(1) \vee (0) \vee (\sim 1)]$
Q_2	$[(0) \vee (1)] \wedge [(1) \vee (1)] \wedge [(1) \vee (0) \vee (0)]$
Q_2	$(1) \wedge (1) \wedge (1)$
Q_2	(1)

$$Q_0 = 1 \quad Q_1 = 0 \quad Q_2 = 1$$

Caso 101

$$Q_0 \text{ anterior} = 1 \quad Q_1 \text{ anterior} = 0 \quad Q_2 \text{ anterior} = 1$$

Q_0	$(\sim Q_0 \text{ anterior})$
Q_0	(~ 1)
Q_0	(0)

Q_1	$[(\sim Q_0) \vee (Q_1 \text{ anterior})] \wedge [(Q_0) \vee (\sim Q_1 \text{ anterior})]$
Q_1	$[(\sim 0) \vee (0)] \wedge [(0) \vee (\sim 0)]$
Q_1	$[(1) \vee (0)] \wedge [(0) \vee (1)]$
Q_1	$(1) \wedge (1)$
Q_1	(1)

Q_2	$[(\sim Q_0) \vee (Q_2 \text{ anterior})] \wedge [(\sim Q_1) \vee (Q_2 \text{ anterior})] \wedge [(Q_0) \vee (Q_1) \vee (\sim Q_2 \text{ anterior})]$
Q_2	$[(\sim 0) \vee (1)] \wedge [(\sim 1) \vee (1)] \wedge [(0) \vee (1) \vee (\sim 1)]$
Q_2	$[(1) \vee (1)] \wedge [(0) \vee (1)] \wedge [(0) \vee (1) \vee (0)]$
Q_2	$(1) \wedge (1) \wedge (1)$
Q_2	(1)

$$Q_0 = 0 \quad Q_1 = 1 \quad Q_2 = 1$$

Caso 110

$$Q_0 \text{ anterior} = 0 \quad Q_1 \text{ anterior} = 1 \quad Q_2 \text{ anterior} = 1$$

Q_0	$(\sim Q_0 \text{ anterior})$
Q_0	(~ 0)
Q_0	(1)

Q_1	$[(\sim Q_0) \vee (Q_1 \text{ anterior})] \wedge [(Q_0) \vee (\sim Q_1 \text{ anterior})]$
Q_1	$[(\sim 1) \vee (1)] \wedge [(1) \vee (\sim 1)]$
Q_1	$[(0) \vee (1)] \wedge [(1) \vee (0)]$
Q_1	$(1) \wedge (1)$
Q_1	(1)

Q_2	$[(\sim Q_0) \vee (Q_2 \text{ anterior})] \wedge [(\sim Q_1) \vee (Q_2 \text{ anterior})] \wedge [(Q_0) \vee (Q_1) \vee (\sim Q_2 \text{ anterior})]$
Q_2	$[(\sim 1) \vee (1)] \wedge [(\sim 1) \vee (1)] \wedge [(1) \vee (1) \vee (\sim 1)]$
Q_2	$[(0) \vee (1)] \wedge [(0) \vee (1)] \wedge [(1) \vee (1) \vee (0)]$
Q_2	$(1) \wedge (1) \wedge (1)$
Q_2	(1)

$$Q_0 = 1 \quad Q_1 = 1 \quad Q_2 = 1$$

Caso 111

$$Q_0 \text{ anterior} = 1 \quad Q_1 \text{ anterior} = 1 \quad Q_2 \text{ anterior} = 1$$

Q_0	$(\sim Q_0 \text{ anterior})$
Q_0	(~ 1)
Q_0	(0)

Q_1	$[(\sim Q_0) \vee (Q_1 \text{ anterior})] \wedge [(Q_0) \vee (\sim Q_1 \text{ anterior})]$
Q_1	$[(\sim 0) \vee (1)] \wedge [(0) \vee (\sim 1)]$
Q_1	$[(1) \vee (1)] \wedge [(0) \vee (0)]$
Q_1	$(1) \wedge (0)$
Q_1	(0)

Q_2	$[(\sim Q_0) \vee (Q_2 \text{ anterior})] \wedge [(\sim Q_1) \vee (Q_2 \text{ anterior})] \wedge [(Q_0) \vee (Q_1) \vee (\sim Q_2 \text{ anterior})]$
Q_2	$[(\sim 0) \vee (1)] \wedge [(\sim 0) \vee (1)] \wedge [(0) \vee (0) \vee (\sim 1)]$
Q_2	$[(1) \vee (1)] \wedge [(1) \vee (1)] \wedge [(0) \vee (0) \vee (0)]$
Q_2	$(1) \wedge (1) \wedge (0)$
Q_2	(0)

$$Q_0 = 1 \quad Q_1 = 1 \quad Q_2 = 1$$

Acerca de este documento

Copyright © 2020 por Roberto Nicolás Savinelli.

Distribuido bajo una licencia Creative Commons Atribución/Reconocimiento - NoComercial - CompartirIgual 4.0 Internacional (BY-NC-SA). Para más información acerca de los permisos y restricciones de la mismas considere visitar: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

La información contenida en este documento fue desarrollada persiguiendo fines académicos para el curso K1001 de Arquitectura de Computadoras de UTN FRBA (Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Buenos Aires) como se dictó en su formato anual en 2020 por el Ingeniero Gonzalo Vilanova.

Para más información sobre el autor visite: <https://savinelli.com.ar/>

Fuentes de información y/o bibliografía consultada:

STALLINGS William. Organización y Arquitectura de Computadores (Quinta Edición). PRENTICE HALL IBERIA, Madrid, 2000. ISBN: 84-205-2993-1

QUIROGA Irma Patricia, Arquitectura de Computadoras (Primera Edición). Alfaomega Grupo Editor Argentino, Buenos Aires, 2010. ISBN 978-987-1609-06-2

Aspnes James, 2020, Notes on Discrete Mathematics for the Fall 2017 semester version of the Yale course CPSC 202a, Mathematical Tools for Computer Science.

<http://www.cs.yale.edu/homes/aspnes/classes/202/notes.pdf>.